第５講　確率分布

PART1　確率変数と確率分布

例題

赤球５個，白球３個が入った袋から，３個の球を同時に取り出すとき，出る赤球の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(X \leqq 1)$ を求めよ。

Point Pickup

練習

2 個のさいころを同時に投げて，出る目の最小値を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(2 \leqq X \leqq 5)$ を求めよ。

第 5 講　PART1 確認問題

2 個のさいころを同時に投げて，出る目の最大値を X とする。

1　X の確率分布を求めよ。

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{\boxed{\text{ア}}}{36}$	$\frac{\boxed{\text{イ}}}{36}$	$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{36}$	$\frac{\boxed{\text{エ}}}{36}$	$\frac{\boxed{\text{オカ}}}{36}$	1

2　$P(1 \leqq X \leqq 4)$ を求めよ。

$$P(1 \leqq X \leqq 4) = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

第 5 講　確率分布

PART1　確率変数と確率分布

例題

赤球5個，白球3個が入った袋から，3個の球を同時に取り出すとき，出る赤球の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(X \leqq 1)$ を求めよ。

(1)　確率変数 X のとりうる値は0，1，2，3

$$P(X=0)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_8\mathrm{C}_3}=\frac{1}{56},\quad P(X=1)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_3}=\frac{15}{56}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_3}=\frac{30}{56},\quad P(X=3)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_8\mathrm{C}_3}=\frac{10}{56}$$

よって，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$	1

(2)　$P(X \leqq 1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{1}{56}+\frac{15}{56}=\frac{16}{56}=\frac{2}{7}$

練習

2 個のさいころを同時に投げて，出る目の最小値を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(2 \leqq X \leqq 5)$ を求めよ。

(1)　2 個のさいころの出る目を a，b とすると，a と b の最小値は右の表のようになる。

よって，確率変数 X のとりうる値は

1，2，3，4，5，6

したがって，X の確率分布は下の表のようになる。

b \ a	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

(2)　$P(2 \leqq X \leqq 5) = P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$

$$= \frac{9}{36} + \frac{7}{36} + \frac{5}{36} + \frac{3}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

第5講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：5，ウ：7，エ：9，オカ：11

[解説]

2個のさいころの出る目を a，b とすると，出る目の最大値は次の表のようになる。

b ＼ a	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

よって，確率変数 X のとりうる値は

1，2，3，4，5，6

したがって，X の確率分布は次の表のようになる。

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{\mathbf{3}}{36}$	$\frac{\mathbf{5}}{36}$	$\frac{\mathbf{7}}{36}$	$\frac{\mathbf{9}}{36}$	$\frac{\mathbf{11}}{36}$	1

[A]

[A]　確率分布
確率変数 X のとりうる値 x_1，x_2，……，x_n とそれぞれの値をとる確率 p_1，p_2，……，p_n の対応関係を，X の確率分布という。

X	x_1	x_2	…	x_n	計
P	p_1	p_2	…	p_n	1

$p_1 \geqq 0$，$p_2 \geqq 0$，……，$p_n \geqq 0$

$p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_n = 1$

2

[正解] キ：4，ク：9

[解説]

X の確率分布は以下の通り

X	1	2	3	4	5	6	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$	1

したがって

$P(1 \leqq X \leqq 4)$ [B]

$= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

$= \frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{7}{36}$

$= \frac{16}{36} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}$

[B]　確率変数 X について，
$X=a$ となる確率を $P(X=a)$，
$a \leqq X \leqq b$ となる確率を
$P(a \leqq X \leqq b)$ のように表す。